Практика 7

Ilya Yaroshevskiy

13 мая 2023 г.

Содержание

1 Функция распределения **1**

2 ДЗ **3**

Задача 1.

ξ	-1	0	1	2
p	0.2	0.4	0.3	0.1

Решение.

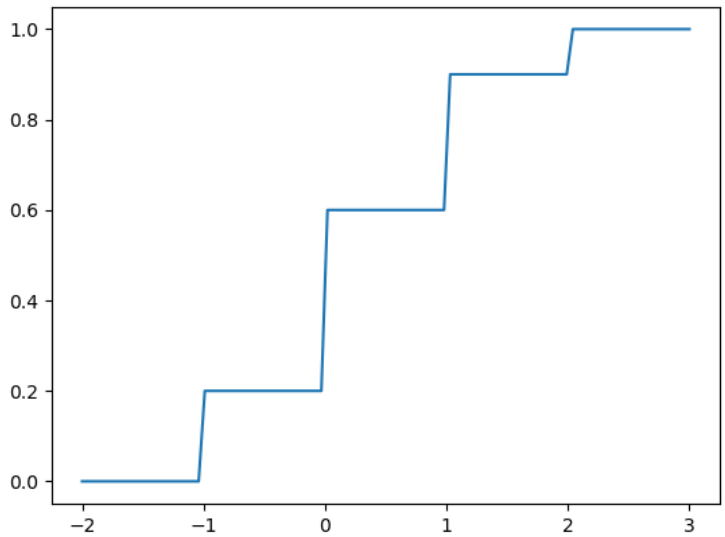
$$E\xi = 0.2 \cdot (-1) + 0.4 \cdot 0 + 0.3 \cdot 1 + 0.1 \cdot 2 = 0.3$$
$$E\xi^2 = 0.2 \cdot (-1)^2 + 0.4 \cdot 0^2 + 0.3 \cdot 1^2 + 0.1 \cdot 2^2 = 0.9$$
$$D\xi = E\xi^2 - (E\xi)^2 = 0.81$$
$$\sigma = \sqrt{0.81} = 0.9$$
$$p(-1 < \xi \leq 1) = p(\xi = 0) + p(\xi = 1) = 0.4 + 0.3 = 0.7$$

1 Функция распределения

Определение. Функция распределения — $F(x) = p(\xi < x)$

Задача 2. Найти функция распределения и построить ее график для таблицы

$$F(x) = \begin{cases} 0 & x \leq -1 \\ 0.2 & -1 < x \leq 0 \\ 0.2 + 0.4 = 0.6 & 0 < x \leq 1 \\ 0.2 + 0.4 + 0.3 = 0.9 & 1 < x \leq 2 \\ 0.2 + 0.4 + 0.3 + 0.1 = 1 & 2 < x \end{cases}$$



Задача 3.

ξ	-2	-1	0	1	3
p	0.4	0.2	0.1		0.2

Решение.

$$\sum p_i = 1 \Rightarrow p_4 = 1 - (0.4 + 0.2 + 0.1 + 0.2) = 0.1$$

$$E\xi = \sum x_i p_i = -0.3$$

$$D\xi = \sum x_i^2 p_i - (E\xi)^2 = 3.61$$

$$p(-1 \le \xi < 3) = 0.2 + 0.1 + 0.1 = 0.4$$

$$F(x) = \begin{cases} 0 & x \le -2 \\ 0.4 & -2 < x \le -1 \\ 0.6 & -1 < x \le 0 \\ 0.7 & 0 < x \le 1 \\ 0.8 & 1 < x \le 3 \\ 1 & 3 < x \end{cases}$$

Задача 4. В урне два белых и три черных шара. Вынули три шара. Случайная величина ξ — число белых среди вынутых. Составить закон распреления, найти числовые характеристики, построить функцию распределения.

Решение.

ξ	0	1	2	$\sum$
p	0.1	0.6	0.3	1

$$p(\xi = 0) = \frac{\binom{3}{3}}{\binom{5}{3}} = \frac{1}{10} = 0.1$$

$$p(\xi = 1) = \frac{\binom{2}{1} \cdot \binom{3}{2}}{\binom{5}{3}} = \frac{2 \cdot 3}{10} = 0.6$$

$$p(\xi = 2) = \frac{\binom{2}{2} \cdot \binom{2}{1}}{\binom{5}{3}} = \frac{1 \cdot 3}{10} = 0.3$$

$$E\xi = 0 \cdot 0 + 1 \cdot 0.6 + 2 \cdot 0.3 = 1.2$$

$$D\xi = 0.6 \cdot 1.2 - 1.2^2 = 0.36$$

$$\sigma = 0.6$$

Задача 5. Вероятность попадания стрелка 0.6. Стрелок сделал 4 выстрела. Случайная величина — число попаданий

Решение.

ξ	0	1	2	3	4	$\sum$
p	0.0256	0.1536	0.3456	0.3456	0.1296	1

$$p(\xi = 0) = 0.4^4$$

$$p(\xi = 1) = \binom{4}{3} \cdot 0.6 \cdot 0.4^3$$

$$p(\xi = 2) = \binom{4}{2} \cdot 0.6^2 \cdot 0.4^2$$

$$p(\xi = 3) = \binom{4}{1} \cdot 0.6^3 \cdot 0.4$$

$$p(\xi = 4) = 0.6^4$$

$$E\xi = \sum x_i p_i = 2.4$$

$$D\xi = \sum x_i^2 p_i - 2.4^2 = 0.96$$

Это биноминальное распределение поэтому можно применить формулы:

$$E\xi = np = 4 \cdot 0.6 = 2.4$$

$$D\xi = npq = 2.4 \cdot 0.4 = 0.96$$

2 ДЗ

Задача 6. В урне 1 белый и 1 черный шар. Два игрока по очереди тянут один шар. Если шар оказался белым, то игра заканчивается, этот игрок побеждает и получает от проигравшего 1 биткоин. Если нет, то в урну возвращается уже 2 черных шара.
Случайная величина ξ — выигрыш первого игрока. Составить закон распределения, сделать проверку, найти $E\xi$ и $D\xi$. Сколько должен дать первый игрок второму игроку за право первого хода, чтобы игра было справедливой?

Задача 7. Игрок играет в орлянку(с монетой че то) по схеме с удвоением. Если он проигрывает, то удваивает предыдущую ставку. Играет до тех пор пока не выиграет. Случаная величина ξ — выигрышь игрока по данной схеме. Найти мат. ожидание и дисперсию.

1. Бесконечное количество попыток
2. N попыток