

Практика 1

Луа Yaroshevskiy

2 сентября

Содержание

Определение.

$$X^n \rightarrow Y^n$$

Скорость кода — $\frac{k}{n}$ (отношение размера исходных данных к размеру закодированных данных)

$$\mathbb{F}_2^k \rightarrow \mathbb{F}_2^n$$

Пример. $5 \rightarrow 10$ — скорость $\frac{1}{2}$

$$\text{Задача 1.} \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 5 & 6 & 6 & 8 \\ 9 & 10 & 11 & 12 \\ 13 & 14 & 15 & 16 \end{pmatrix} \mathbf{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$U_a^b = (U_a, U_{a+1}, \dots, U_b)$$

Определение. Код задан **Порождающей матрицей** G $k \times n$ ранга k .

Линейные коды — $C_1^n = U_1^n G$, где $U_i \in \mathbb{F}_2$

Проверочная матрица — H , такая что

- $GH = 0$
- $CH = 0$

Размерность H $(n - k) \times n$

$$\text{Задача 2.} \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

- $G = [I_{k \times k} | A_{k \times (n-k)}]$
- $H_{n \times (n-k)}^T = \begin{pmatrix} -A_{k \times (n-k)} \\ I_{(n-k) \times (n-k)} \end{pmatrix}$
- $H_{(n-k) \times n} = \begin{pmatrix} -A_{(n-k) \times k}^T | I_{(n-k) \times (n-k)} \end{pmatrix}$

$$G \sim \dots \sim \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$
$$H = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Исправить

Примечание. Можно взять проверочную как порождающую — тогда код называется **дуальным**

Определение.

$$c_i \in \{0, 1\} \rightarrow x_i \in \{-1, 1\} \xrightarrow{\text{channel}} y_i = x_i + \eta$$
$$\eta_i \sim \mathcal{N}(0, \sigma^2)$$

На вход декодеру подаем логарифмическое отношение правдоподобия

$$L = \log \frac{P(c_i = 1|y + i)}{P(c_i = 1|y_i)} = \log \frac{P(y_i|c_i = 0)}{P(y_i|c_i = 1)}$$
$$= \log \frac{e^{-\frac{(y_i+1)^2}{2\sigma^2}}}{e^{-\frac{(y_i-1)^2}{2\sigma^2}}} = -\frac{2y}{\sigma^2}$$